

## Список литературы

1. Богушов А.К., Панюков А.В. Параллельная реализация комплекса программ для задачи определения параметров электрического диполя // Сб. тр. ПАВТ-2011. 2011. С.427–432.
2. Кононов И.И., Петренко И.А., Снегуров В.С. Радиотехнические методы местоопределения грозных очагов. Л.: Гидрометеоиздат, 1986.
3. Панюков А.В. Анализ погрешности прямого алгоритма определения дальности до электрического диполя // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. XLII, №3. С.266–277.
4. Панюков А.В., Богушов А.К. Параметризация алгоритмов идентификации электрического диполя // Вестн. ЮУрГУ. 2012. №18(277). С.32–43.
5. Панюков А.В. Экстремальный метод решения параметрической обратной задачи для системы линейных функциональных уравнений // Изв. вузов. Математика. 2000. №9(460). С.27–33.
6. Panyukov A.V. Analysis of the error of a direct algorithm for determining the distance to an electric dipole // Radiophysics and Quantum Electronics. 1999. Vol.42, №3. P. 239–248.
7. Panyukov A.V. Estimation of the location of an arbitrarily oriented dipole under single-point direction finding // Journal of geophysical research. 1996. Vol. 101, № D10. P.997–982.
8. Peredo O., Ortiz J.M. Parallel implementation of simulated annealing to reproduce multiple-point statistics // Computers & Geosciences. 2011. Vol.37, issue 8. August. P.1110–1121.
9. Suchard M.A., Wang Q., Chan C., Frelinger J., Cron A., West M. Understanding GPU Programming for Statistical Computation: Studies in Massively Parallel Massive Mixtures // Journal of Computational and Graphical Statistics. 2010. Vol. 19(2). URL: <http://ftp.stat.duke.edu/WorkingPapers/10-02.pdf>.

## Application of heterogeneous computer systems for solving of the problem to identify the location parameters of a dipole radiation source

A. K. Bogushov, A. V. Panyukov

South Ural State National Research University, Russia, 454080, Chelyabinsk, Lenina st., 76  
 abogushov@gmail.com; (351)267 90 39

Consider the problem of identifying location parameters of an arbitrarily oriented electric dipole over an infinitely conducted plane of the electromagnetic field induced in the observation point. The paper considers the implementation of the technique a parameterized set of algorithms for GPU. The abundance of the obtained results allows to make the final decision on the results of statistical analysis.

**Key words:** inverse problem; algorithm parameterization; primal algorithm; statistical analysis.

УДК 532.5; 004.94; 004.45

## Моделирование трехмерных конвективных течений с помощью пакета OpenFOAM

К. А. Гаврилов, В. А. Демин, Е. А. Попов

Пермский государственный национальный исследовательский университет  
 Россия, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15  
 demin@psu.ru; 8 (342) 2-396-227

Проведено численное моделирование свободной тепловой конвекции в ячейке Хеле–Шоу при подогреве снизу. Расчеты выполнены в 3D-постановке с помощью открытого пакета OpenFOAM, представляющего собой интегрируемую платформу для численного моделирования задач механики сплошных сред. В широком диапазоне управляющих параметров верифицировано приближение плоских траекторий, традиционно применяющееся для ячейки Хеле–Шоу при расчете конвективных движений. Для определенной геометрии продемонстрировано хорошее согласие данных 3D-моделирования, экспериментов и результатов двумерных расчетов. Обсуждены границы применимости приближения плоских траекторий.

**Ключевые слова:** тепловая конвекция; численное моделирование; трехмерные течения; OpenFOAM; анализ приближения Хеле–Шоу.

### Введение

*Свободная тепловая конвекция*

Долгое время проблемы вычислительного характера не позволяли проводить трехмерные расчеты в гидродинамике [1]. На фоне большого числа экспериментов теоретические работы с полноценным расчетом трехмерных конвективных течений в широкой области надкритичностей стали появляться сравнительно недавно. Существуют гидродинамические системы, которые изначально позволяют облегчить расчеты путем сведения трехмерной задачи к двумерной в силу простоты геометрии. Одним из таких примеров специальной геометрии в области тепловой конвекции является ячейка Хеле–Шоу. Данная полость представляет собой прямоугольный параллелепипед, один из горизонтальных размеров которого много меньше двух других. При подогреве снизу [2, 3] или сбоку со стороны вертикальной узкой грани [4] в ячейке Хеле–Шоу наблюдается течение в плоско-

сти широких граней, которое остается двумерным в очень широкой области управляющих параметров задачи [5].

Эксперименты показывают, что конвективные движения в ячейке Хеле–Шоу часто можно считать плоскими, даже когда изначально на неоднородно нагретый элемент жидкости действуют объемные силы, имеющие все три компонента и сложным образом меняющиеся в массиве от точки к точке. В работе [6] теоретически рассматривалось действие сил инерции на конвективные движения в ячейке Хеле–Шоу, подогреваемой снизу точечным пульсационным источником тепла. Полость совершала круговое движение в плоскости, ось вращения которой была наклонена на небольшой угол по отношению к вертикали. Кювета располагалась от оси вращения на расстоянии, значительно превышающем размеры самой полости, а широкие грани были параллельны оси вращения. Вследствие достаточно большой угловой скорости вращательного движения действие центробежной силы было сравнимо по величине с влиянием на течение силы тяжести. При

движении элемента жидкости в плоскости широких граней в подобных условиях на него действует дополнительно сила Кориолиса, направленная поперек полости. Действие этой силы неизбежно должно приводить к возникновению трехмерного течения. Однако оценки показывают, что полость всегда можно сузить настолько, что широкие грани будут запереть течение в поперечном сечении. Таким образом, в ходе вычислений [6] можно было учитывать действие только центробежной силы и пренебречь силой Кориолиса. Оказалось, что результаты двумерных расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными [7].

Другим примером резистивности ячейки Хеле–Шоу относительно возникновения в ней трехмерных конвективных движений может служить процесс развития в системе двух химически взаимодействующих жидкостей специфических концентрационных "пальчиковых структур" [8]. Вертикальная ячейка Хеле–Шоу, целиком заполненная реагирующими жидкостями, изначально представляет собой двухслойную конвективную систему. Вследствие неустойчивости Рэлея–Тейлора совместное действие химической реакции, конвекции и диффузии приводит к формированию диссипативных структур, эволюция которых имеет двумерный характер и происходит в плоскости широких граней полости. Существенная двухмерность картины термokonцентрационного движения является одним из главных результатов данной работы.

#### *Вибрационная конвекция в ячейке Хеле–Шоу*

Специфика геометрии рассматриваемой полости позволит продемонстрировать также действие на тепловую конвекцию высокочастотных вибраций. Классические уравнения термовибрационной конвекции не допускают решения в виде состояния механического квазиравновесия в ячейке Хеле–Шоу при подогреве снизу. При сколь угодно слабом вибрационном воздействии стенками полости генерируется осредненное конвективное течение, приводящее в движение жидкость во всем объеме [9, 10]. Как следствие, вблизи твердых границ полости ожидается генерация трехмерных вибрационно-конвективных течений. Однако эксперименты показывают, что при включении вибраций конвективное движение в широком диапазоне вибрационных

чисел Рэлея остается двумерным. Широкие грани по-прежнему запирают движение в поперечном сечении и не дают развиться трехмерным осредненным течениям. Серьезным подтверждением применимости приближения плоских траекторий к задачам о вибрационной конвекции в ячейке Хеле–Шоу служит факт существования квазиравновесия в многочисленных экспериментах с разной постановкой.

В работе [9] численно, методом конечных разностей, изучены двумерные конвективные движения в ячейке Хеле–Шоу, находящейся в условиях невесомости при воздействии продольных высокочастотных вибраций для различных соотношений сторон широких граней. Произведен расчет первых критических движений, показано, что вибрационная конвекция в невесомости возбуждается "мягко". В работе [11] найдены условия существования механического квазиравновесия однородной жидкости, заполняющей ячейку Хеле–Шоу, находящейся в поле тяжести под действием высокочастотных горизонтальных вибраций. Для полости с соотношением сторон 2:10:20 изучены сценарии перехода от квазиравновесия к нерегулярным колебаниям. Показано, что при наличии сильного вибрационного воздействия первым критическим движением может быть двухвихревое течение.

Влияние, оказываемое вертикальными вибрациями на конвекцию в ячейке Хеле–Шоу, которая находится в статическом поле тяжести, исследовано численно и аналитически в работе [12]. В широком диапазоне управляющих параметров изучены течения с конечной амплитудой. Установлено, что вертикальные вибрации повышают порог устойчивости квазиравновесия и стабилизируют все наблюдавшиеся в расчетах вибрационно-конвективные режимы. Различные специфические автоколебательные двумерные режимы в ячейке Хеле–Шоу были исследованы экспериментально и теоретически в работе [13]. Установлено, что эти течения характеризуются сложным пульсационным пространственно-временным поведением. В частности, динамика пульсационного двухвихревого режима такова: на фоне основного течения в углу полости случайным образом рождается небольшой возвратный вихрь, который с течением времени растет до некоторых разме-

ров и затем поглощается основным течением, после чего процесс повторяется.

Помимо отмеченного выше применения приближения Хеле–Шоу при создании плоских химических реакторов [8], рассматриваемая конфигурация может успешно использоваться при совершенствовании конструкции конвективных датчиков инерционных ускорений [14]. Отклик в виде плоских движений на самые разнообразные внешние инерционные воздействия показывает, что ячейка Хеле–Шоу является аналогом поляризатора внешнего сигнала, т.е. позволяет создать датчик для регистрации инерционных сигналов и измерения их характеристик.

Тем не менее в случае фиксированной геометрии увеличение какого-либо из управляющих параметров все же должно при определенных условиях приводить к усложнению течения и появлению в нем третьей компоненты скорости. Таким образом, данная работа посвящена численному моделированию трехмерных конвективных течений в ячейке Хеле–Шоу и верификации приближения плоских траекторий.

## 1. Основные характеристики платформы OpenFOAM

OpenFOAM (Field Operation And Manipulation) – перспективное динамично развивающееся открытое программное обеспечение для моделирования задач механики сплошных сред (<http://www.openfoam.com>). Основным языком пакета является C++. Программное обеспечение OpenFOAM устанавливается под Unix-подобные операционные системы. В пакете есть готовые решатели для различных физических систем. Дифференциальные уравнения в частных производных записываются в терминах математических операторов и решаются методом конечных объемов на произвольной расчетной сетке с многогранными ячейками. Это позволяет вносить изменения в решатель, например, добавлять новые слагаемые в уравнения, что значительно расширяет возможности пакета OpenFOAM (<http://openfoamwiki.net>). Для связывания скорости и давления реализованы неявные численные методы SIMPLE, PISO и PIMPLE [15]. Платформа OpenFOAM работает с программным интерфейсом MPI, что позволяет разбивать расчетную область на части и проводить вычисления параллельно, исполь-

зуя одновременно до 2000 ядер. Работать можно как со структурированными, так и неструктурированными сетками. В OpenFOAM используются основные размерные единицы системы СИ.

Решение задачи состоит из трех этапов, включающих создание расчетной сетки, сам расчет и визуализацию полученных данных. В OpenFOAM входят утилиты для создания сетки, кроме них можно использовать и другие программы. Для визуализации результатов используется приложение ParaView (<http://www.paraview.org>), которое устанавливается вместе с OpenFOAM. Можно выполнять процедуру визуализации с помощью других программ. Для этого необходимо конвертировать соответствующие файлы в нужный формат с помощью утилит OpenFOAM.

## 2. Постановка задачи. Основные уравнения

Рассмотрим полость с твердыми гранями в форме прямоугольного параллелепипеда. Введем обозначения: высота ячейки –  $H$ , длина –  $L$ , толщина –  $2d$ . Данную полость принято называть ячейкой Хеле–Шоу, если выполняется условие  $H, L \gg d$ . В ходе расчетов горизонтальные грани предполагаются идеально теплопроводными, вертикальные – теплоизолированными. Полость неоднородно нагрета и находится в статическом поле тяжести. Течение жидкости в ячейке Хеле–Шоу описывается системой стандартных уравнений тепловой конвекции в приближении Буссинеска [1]:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} + g \beta T \boldsymbol{\gamma}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = \chi \Delta T, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0. \quad (2)$$

Здесь  $\mathbf{v}$ ,  $p$  и  $T$  – размерные поля скорости, давления и температуры;  $\nu$ ,  $\beta$  и  $\chi$  – коэффициенты кинематической вязкости, теплового расширения и температуропроводности соответственно;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $\boldsymbol{\gamma}$  – единичный вектор, направленный вертикально вверх;  $\rho$  – средняя плотность жидкости. Для численного интегрирования уравнений (1)–(2) используется модифицированный решатель, построенный на основе реализованного в OpenFOAM алгоритма PISO.

Неоднородность нагрева полости обеспечивается путем задания на верхней и нижней

границах разности температур  $\theta$ . Для компонент вектора скорости на твердых гранях справедливо условие прилипания  $\mathbf{v}|_{\Gamma} = 0$ .

### 3. Результаты расчетов

#### 3.1. Вертикальный профиль скорости

В первую очередь ставилась задача анализа профилей скорости в поперечном сечении в случае двумерных движений в плоскости широких граней. Результаты численного моделирования показали, что даже при больших значениях надкритичности течение в полости с соотношением сторон 2:20:40 мм остается плоским и имеет профиль скорости в поперечном сечении, близкий к параболе. Расчеты проводились для параметров, соответствующих трансформаторному маслу с целью подтверждения экспериментальных данных [16]. На рис. 1 изображен вертикальный профиль скорости в поперечном сечении в двух разных точках на широких гранях. Сплошной линией нарисована парабола, штриховой — синус, а точки получены в результате трехмерного численного моделирования.

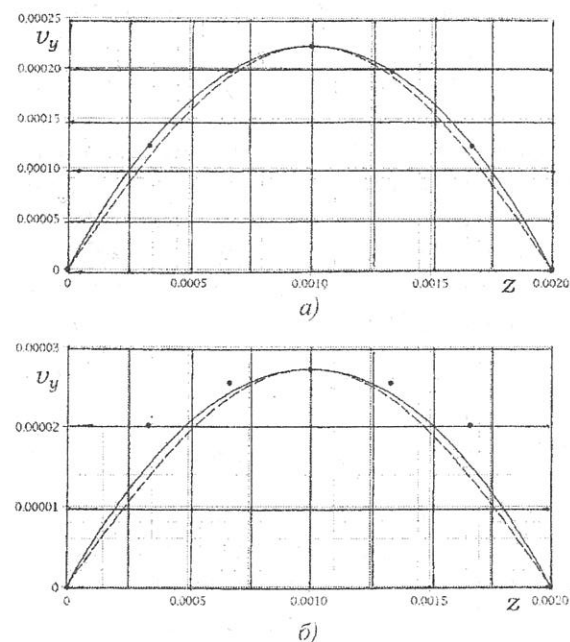


Рис. 1. Вертикальный профиль скорости в поперечном сечении; а) — рядом с центром ячейки ( $x = 7.5$  мм,  $y = 10$  мм); б) — вблизи угла полости ( $x=0.1$  мм,  $y=0.1$  мм)

В ходе расчетов использовались следующие значения для параметров трансформаторного масла:  $\beta = 0.69 \cdot 10^{-3}$  1/К,  $\nu = 2.4 \cdot 10^{-6}$  см<sup>2</sup>/с,  $\chi = 0.74 \cdot 10^{-7}$  см<sup>2</sup>/с [17]. Рабочее количество узлов

7:26:29 выбиралось из соображений сходимости и соответствия результатов расчетов эксперименту [16]. Установление конвективных режимов происходило тем медленнее, чем меньше была надкритичность. Верхняя оценка времени для получения установившегося режима при выполнении расчетов на двухъядерном персональном компьютере PENTIUM составляет 3.5 часа. Вычисления сходятся при числе Куранта меньше единицы, значение которого выводится автоматически в ходе расчетов.

#### 3.2. Плоские конвективные течения

На рис. 2 схематически изображены экспериментальные данные устойчивых и переходных течений в плоскости широких граней ячейки Хеле–Шоу с соотношением сторон 2:20:40 для трансформаторного масла и результаты численного трехмерного моделирования с расчетным числом ячеек 5:31:51. Среди результатов 3D моделирования представлены только устойчивые режимы: стационарные одно- и двухвихревое течения, устойчивый пульсационный режим и четырехвихревое течение с перезамыканием угловых вихрей (разности температур указаны в подписях).

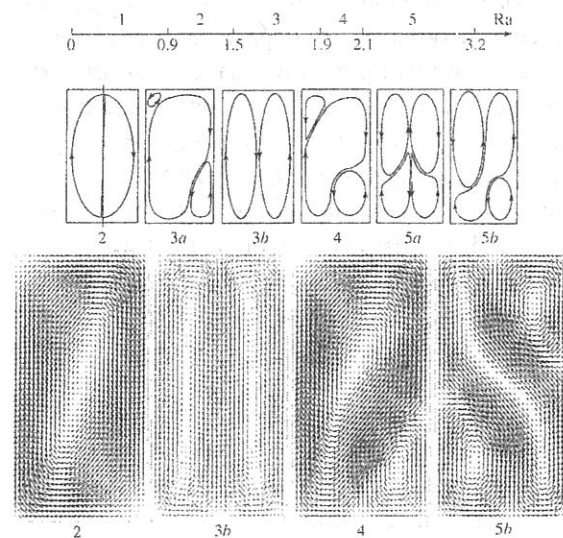


Рис. 2. Конвективные режимы: 1 — механическое равновесие; 2 — одновихревое стационарное течение,  $\theta = 6$  К; 3а — переходное течение от одно- к двухвихревому; 3б — стационарное двухвихревое течение,  $\theta = 10$  К; 4 — пульсационный режим,  $\theta = 12$  К; 5а — переходный пульсационный четырехвихревой режим; 5б — четырехвихревой режим с перезамыканием вихрей,  $\theta = 15$

#### 3.3. Трехмерные течения

В случае с трансформаторным маслом оказалось, что в широком диапазоне разностей температур при значительных надкритичностях течение остается двумерным, несмотря на хаотизацию в плоскости широких граней. Таким образом, можно утверждать, что, действительно, двумерная модель, выбранная за основу в работе [16], с хорошей степенью точности описывает наблюдавшиеся в опытах конвективные течения. В силу грубости дискретизации (7:26:29 расчетных ячеек) и большой вязкости трансформаторного масла трехмерные режимы в полости 2:20:40 при разумных значениях надкритичности обнаружены не были.

Вклад поперечной компоненты в полный вектор скорости стал заметным в серии расчетов, проведенных для полости с отношением сторон 4:10:20, когда в качестве рабочей жидкости была выбрана вода.

На рис. 3, 4 представлены результаты расчета для разности температур  $\theta = 50$  К (рабочее число ячеек 9:29:31). Свойства воды характеризуются следующими константами:  $\beta = 0.207 \cdot 10^{-3}$  1/К,  $\nu = 1.05 \cdot 10^{-6}$  см<sup>2</sup>/с,  $\chi = 1.403 \cdot 10^{-7}$  см<sup>2</sup>/с [17]. На рис. 3 приведены траектории движения трех элементов жидкости, имеющих в начальный момент времени одинаковые координаты по  $x$  и  $y$ , но разные координаты по  $z$ . Видно, что во время блуждания по полости они успевают побывать вблизи фактически каждой стенки, что свидетельствует о трехмерности течения.

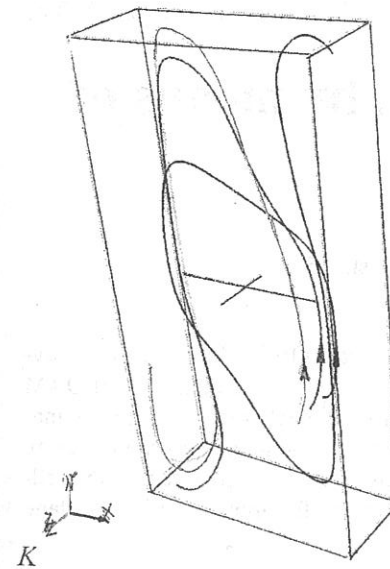


Рис. 3. Трехмерные траектории отдельных частиц

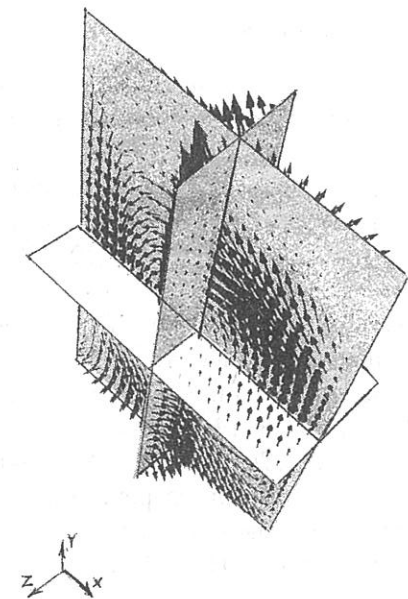


Рис. 4. Трехмерное векторное поле скорости

Полость с отношением сторон 4:10:20 более широкая, поэтому при разности температур  $\theta = 50$  К течение имеет по-прежнему стационарный характер. В каждом сечении на рис. 4 видны существенные неоднородности векторного поля скорости. В результате первоначально близкие траектории соседних элементов жидкости быстро расходятся, что свидетельствует о значительном влиянии нелинейностей на процесс формирования механического состояния конвективной системы в каждый последующий момент времени.

#### Заключение

Результаты численного моделирования свободной тепловой конвекции в подогреваемой снизу ячейке Хеле–Шоу с помощью вычислительного пакета OpenFOAM продемонстрировали хорошее согласие с уже известными теоретическими и экспериментальными данными. Расчеты, проведенные в широком диапазоне управляющих параметров, позволили верифицировать приближение плоских траекторий и определить границы его применимости. Выполнена оценка для отношения сторон ячейки Хеле–Шоу и соответствующей разности температур на ее теплообменниках, при которой конвективные движения становятся существенно трехмерными.

### Список литературы

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Любимов Д.В., Путин Г.Ф., Чернатыйский В.И. О конвективных течениях в ячейке Хеле-Шоу // Докл. АН СССР. 1977. Т. 235, №3. С. 554–556.
3. Любимов Д.В., Путин Г.Ф., Чернатыйский В.И. Конвекция в ячейке Хеле-Шоу при подогреве снизу // Гидродинамика. Пермь, 1977. Вып.10. С. 3–14.
4. Вертгейм И.И., Любимов Д.В. Конвекция в ячейке Хеле-Шоу при нагреве сбоку // Исследование тепловой конвекции и теплопередачи / УНЦ АН СССР. Свердловск, 1981. С.32–35.
5. Путин Г.Ф., Ткачева Е.А. Экспериментальное исследование надкритических конвективных движений в ячейке Хеле-Шоу // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1979. № 1. С.3–8.
6. Бабушкин И.А., Демин В.А., Пепеляев Д.В. Численное моделирование работы конвективного датчика при действии центробежной силы // Изв. ТПУ. Энергетика. 2011. Т.318. № 4. С.23–28.
7. Бабушкин И.А., Демин В.А., Кондрашов А.Н., Пепеляев Д.В. Тепловая конвекция в ячейке Хеле-Шоу при действии центробежных сил // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2012. № 1. С.14–25.
8. Bratsun D.A., De Wit A. Control of Chemoconvective Structures in a Slab Reactor // Technical Physics. 2008. Vol.53, №2. P.146–153.
9. Браверман Л.М. О вибрационной тепловой конвекции в ячейке Хеле-Шоу // Конвективные течения. Пермь, 1989. С.73–78.
10. Бабушкин И.А., Демин В.А. К вопросу о вибрационно-конвективных течениях в ячейке Хеле-Шоу // Инженерно-физический журнал. 2008. Т.81, № 4. С.712–720.
11. Демин В.А., Файзрахманова И.С. Устойчивость вибрационно-конвективных движений в ячейке Хеле-Шоу // Вестн. Перм. ун-та. Физика. 2003. Вып.1. С.108–113.
12. Демин В.А., Макаров Д.В. Устойчивость конвективных течений в ячейке Хеле-Шоу при воздействии вертикальных вибраций // Там же. 2005. Вып. 1. С.101–110.
13. Бабушкин И.А., Демин В.А. Вибрационная конвекция в ячейке Хеле-Шоу. Теория и эксперимент // Прикладная механика, теоретическая физика. 2006. № 2. С.40–48.
14. Бабушкин И.А., Глухов А.Ф., Демин В.А., Дягилев Р.А., Маловичко Д.А. Сейсмоприемник на основе ячейки Хеле-Шоу // Прикладная физика. 2008. № 3. С.134–140.
15. Ferziger J.H., Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics. New York: Springer, 2002. 423 p.
16. Бабушкин И.А., Демин В.А. Экспериментальное и теоретическое исследование переходных конвективных режимов в ячейке Хеле-Шоу // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 3. С.3–9.
17. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1963. 708 с.

## Modeling of 3D-convective flows by means of package OpenFOAM

K. A. GavriloV, V. A. Demin, E. A. Popov

Perm State National Research University, Russia, 614990, Perm, Bukirev st., 15  
demin@psu.ru; 8 (342) 2-396-227

Numerical modeling of free thermal convection in Hele-Shaw cell was fulfilled for the case of cavity heating from below. Calculations have been carried out with the help of package OpenFOAM which is intended for solution of different problems in the field of fluid mechanics. The approximation of plane trajectories has been verified for wide range of governing parameters of the problem. For definite geometry of Hele-Shaw cell 3D calculations demonstrate good agreement with well-known 2D theoretical and experimental results. The area of application for approximation of plane trajectories is discussed.

**Key words:** Thermal convection; numerical modeling; 3D-calculations; OpenFOAM; analysis of Hele-Shaw approximation.